

# Die Raumladungssteuerung im Laufzeitgebiet bei hohen Aussteuerungsgraden

Von FRIEDRICH WILHELM GUNDLACH

Aus dem Laboratorium der Funkstrahl G.m.b.H., Konstanz 1

(Z. Naturforschg. 2a, 111–120 [1947]; eingegangen am 25. Juli 1946)

Es wird das Verhalten der Raumladungssteuerung im Laufzeitgebiet bei großen Aussteuerungsgraden untersucht. Vorausgesetzt ist eine Kathode, bei der die thermische Anfangsgeschwindigkeit des Elektronenaustrittes und die Sättigungserscheinungen unberücksichtigt bleiben. Über eine aus Kathode und Anode gebildete Diodenstrecke wird ein Gleichstrom  $\bar{I}$  und ein Wechselstrom vom Scheitelwert  $\hat{I}$  geschickt. Die für den Betrieb der Diode wesentlichen Größen sind das „Stromverhältnis“  $k = \bar{I}/\hat{I}$  und der „Laufwinkel“

$$\bar{\alpha}_d = \sqrt[3]{6 dm \epsilon_0 F \omega^3 / e \bar{I}}$$

( $\omega$  = Betriebsfrequenz,  $d$  = Elektrodenabstand,  $F$  = Elektrodenfläche).

Die durchgeführten Berechnungen liefern den an der Diodenstrecke entstehenden Gleichspannungsabfall (Abb. 7), die Grundwelle des entstehenden Wechselspannungsabfalles nach Größe und Phase (Abb. 5) und die Grundwelle des Elektronenleitungsstromes an der Anode (Abb. 4).

Auf die Bedeutung der Rechenergebnisse für die Physik und Technik der Elektronenröhren wird hingewiesen.

Das Verhalten einer raumladungsbegrenzten Elektronenströmung im Laufzeitgebiet ist für den Fall kleiner Aussteuerungsgrade, d. h. für Wechselstromgrößen, die gegen die Gleichstromgrößen klein sind, in einer Reihe von Arbeiten untersucht worden<sup>2, 3, 4, 5, 6, 7</sup>. Unter der Voraussetzung sehr kleiner Aussteuerungsgrade sind Wechselspannung und Wechselstrom rein sinusförmig; eine Berechnung des Richteffektes, der wegen der nicht linearen Zusammenhänge beim Stromübergang immer vorhanden sein muß, ist unter dieser Annahme nicht möglich. Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist es, die in den theoretischen Arbeiten noch vorhandene Lücke hinsichtlich der großen Aussteuerungsgrade zu schließen.

<sup>1</sup> Auszug aus einer größeren, bereits Ende 1943 abgeschlossenen Arbeit, die für die Zeitschrift „Hochfrequenztechnik und Elektroakustik“ bestimmt war.

<sup>2</sup> J. Müller, Elektronenschwingungen im Hochvakuum. Hochfrequenztechnik 41, 156 [1933].

<sup>3</sup> W. E. Benham, A contribution to tube and amplifier theory, Proc. Inst. Radio Engrs. 26, 1093 [1938].

<sup>4</sup> F. B. Llewellyn, Operation of ultra-high-frequency vacuum tubes, Bell Syst. Techn. Journ. 14, 632 [1935].

<sup>5</sup> W. R. Ferris, Input resistance of vacuum tubes as ultra-highfrequency-amplifiers, Proc. Inst. Radio Engrs. 24, 82 [1936].

## A. Voraussetzungen für die Rechnung

Die Voraussetzungen sind zum größten Teil die gleichen wie bei den Lösungen für kleine Aussteuerungsgrade in den oben zitierten Arbeiten, in denen auch die Berechtigung dieser Voraussetzungen begründet ist:

1. Es wird angenommen, daß die Elektronen die Kathodenoberfläche mit der Geschwindigkeit Null verlassen und die Kathode beliebig hohe Stromdichten abzugeben imstande ist.

2. Die betrachtete Diode soll aus zwei parallelen, ebenen Platten bestehen. Die räumlichen Abmessungen dieser Platten (Fläche  $F$ ) sollen groß gegen den Plattenabstand  $d$  sein. Der elektronenfreie Entladungsraum stellt eine Kapazität dar

<sup>6</sup> D. O. North, Analysis of the effects of space charge on grid impedance, Proc. Inst. Radio Engrs. 24, 108 [1936].

<sup>7</sup> H. Zuhrt, Verstärkung einer Dreielektrodenröhre mit ebenen Elektroden bei ultrahohen Frequenzen. Hochfrequenztechn. 47, 58 u. 79 [1936]; Leistungsverstärkung bei ultrahohen Frequenzen und die Grenze der Rückkoppelungsschwingungen, Hochfrequenztechn. 49, 73 [1937]; Nachtrag zur vorgen. Arbeit, Hochfrequenztechn. 51, 135 [1938].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition “no derivative works”). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

von der Größe:

$$C = \epsilon_0 F/d$$

$$\left( \epsilon_0 = \frac{1}{36 \pi 10^{11}} \left[ \frac{F}{\text{cm}} \right] = \text{Influenzkonstante} \right). \quad (1)$$

3. Eine von den früheren Veröffentlichungen abweichende Voraussetzung wird dadurch getroffen, daß der über die Entladungsstrecke (d. h. die elektronendurchsetzte Kapazität) fließende Gesamtstrom rein sinusförmig sein soll:

$$i_{\text{ges}} = \bar{I} + \hat{I} \sin \omega t = \hat{I}(k + \sin \omega t), \quad (2)$$

wobei

$$k = \bar{I}/\hat{I} \geq 0. \quad (3)$$

(Das Verhältnis  $k$  vom Gleichstromwert  $\bar{I}$  zum Scheitelwert des Wechselstromes  $\hat{I}$  wird fortan kurz als „Stromverhältnis“ bezeichnet.) Diese Annahme rechtfertigt sich dadurch, daß im Gebiet der Höchsfrequenzen der über die Entladungsstrecke gehende kapazitive Verschiebungsstrom eine wesentliche Rolle spielt und von dem Leitungsstrom der Elektronen nicht mehr getrennt werden kann. Der aus Verschiebungsstrom und Leitungsstrom zusammengesetzte Gesamtstrom hat im Falle des praktischen Betriebes einen Oberwellengehalt von etwa der gleichen Größenordnung wie die angelegte Spannung.

## B. Die Bewegung der Elektronen

### a) Grundansatz

Die Kathode sendet in der Zeiteinheit eine gewisse Menge von Elektronen aus, die den Leitungsstrom  $i_{t_0}$  an der Kathodenfläche darstellen. Ein Elektron sei zur Zeit  $t_0$  von der Kathode gestartet und habe zur Zeit  $t$  die Entfernung  $y$  von der Kathode (vergl. Abb. 1) erreicht. Wenn das betrachtete Elektron nicht von später gestarteten

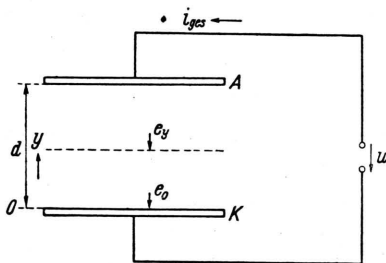


Abb. 1. Grundschemata der ebenen Diode.

Elektronen überholt worden ist, und wenn ihm auch keine früher gestarteten Elektronen entgegengefliegen sind, so ist die Ladung zwischen der Kathodenfläche und der durch  $y$  gehenden

Ebene:  $\int_{t_0}^t i_{t_0} dt$ . Diese Ladung bedingt folgenden

Zusammenhang zwischen der elektrischen Feldstärke an der Kathode ( $e_0$ ) und am Ort  $y$  ( $e_y$ ) (vergl. Abb. 1):

$$\epsilon_0 F(e_y - e_0) = \int_{t_0}^t i_{t_0} dt. \quad (4)$$

Die zeitliche Änderung der Feldstärke beim Fortschreiten des betrachteten Elektrons ist:

$$\left( \frac{\partial e_y}{\partial t} \right)_{t_0 = \text{konst}} = \frac{1}{\epsilon_0 F} i_{t_0} + \frac{de_0}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0 F} \left( i_{t_0} + \epsilon_0 F \frac{de_0}{dt} \right). \quad (5)$$

Der auf der rechten Seite stehende Klammerausdruck ist die Summe des Verschiebungsstromes und des Leitungsstromes an der Kathodenoberfläche, also gleich dem durch (2) bestimmten Gesamtstrom:

$$\left( \frac{\partial e_y}{\partial t} \right)_{t_0 = \text{konst}} = \frac{1}{\epsilon_0 F} \hat{I}(k + \sin \omega t). \quad (6)$$

Für die Beschleunigung des Elektrons gilt die bekannte Beziehung:

$$\left( \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)_{t_0 = \text{konst}} = \frac{e}{m} e_y \quad (7)$$

( $e$  = Elektronenladung,  $m$  = Elektronenmasse).

Durch Differenzieren und Einsetzen von Gl. (6) folgt die Beschleunigungsänderung:

$$\frac{\partial^3 y}{\partial t^3} = \frac{e}{m} \frac{\partial e_y}{\partial t} = \frac{e}{m \epsilon_0 F} \hat{I}(k + \sin \omega t). \quad (8)$$

Diese Gleichung wird dreimal integriert unter den Anfangsbedingungen, daß zur Zeit  $t = t_0$  (d. h. an der Kathode selbst) die Beschleunigung  $\partial^2 y / \partial t^2$ , die Geschwindigkeit  $\partial y / \partial t$  und der Ort  $y$  gleich Null sind:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{e \hat{I}}{m \epsilon_0 F} \left[ k(t - t_0) - \frac{1}{\omega} (\cos \omega t - \cos \omega t_0) \right], \quad (9)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{e \hat{I}}{m \varepsilon_0 F} \left[ k \frac{(t-t_0)^2}{2} - \frac{1}{\omega^2} (\sin \omega t - \sin \omega t_0) + \frac{1}{\omega} (t-t_0) \cos \omega t_0 \right], \quad (10)$$

$$y = \frac{e \hat{I}}{m \varepsilon_0 F} \left[ k \frac{(t-t_0)^3}{6} + \frac{1}{\omega^3} (\cos \omega t - \cos \omega t_0) + \frac{t-t_0}{\omega^2} \sin \omega t_0 + \frac{(t-t_0)^2}{2\omega} \cos \omega t_0 \right]. \quad (11)$$

Wegen der großen Anzahl von Konstanten ist es zweckmäßig, auf reduzierte Variable überzugehen. Es werden eingeführt:

der „Laufwinkel“

$$a = \omega(t-t_0) \quad (12)$$

(er gibt die Laufzeit  $t-t_0$  des Elektrons, bezogen auf die Hochfrequenzperiodendauer, im Bogenmaß an);

der „Startwinkel“

$$\beta = \omega t_0 \quad (13)$$

(er gibt die Startzeit  $t_0$  des Elektrons an, und zwar als Phasenwinkel in bezug auf den Sinusverlauf des Gesamtstromes  $i_{\text{ges}}$ );

der „Ortswinkel“

$$\hat{a} = \sqrt[3]{6 y m \varepsilon_0 F \omega^3 / e \hat{I}} \quad (14a)$$

oder

$$\bar{a} = \sqrt[3]{6 y m \varepsilon_0 F \omega^3 / e \bar{I}}, \quad (14b)$$

also:

$$\hat{a}/\bar{a} = \sqrt[3]{k}; \quad (14c)$$

(würde der über die Diode geschickte Gesamtstrom ein reiner Gleichstrom von der Größe  $\hat{I}$  oder  $\bar{I}$  sein, so wäre  $\hat{a}$  oder  $\bar{a}$  der Laufwinkel, bei dem der Ort  $y$  erreicht würde).

Durch Einführen in die Gln. (8) ... (11) ergibt sich:

$$\frac{\partial^3 \hat{a}^3}{\partial a^3} = 6k + 6[\sin \beta \cos a + \cos \beta \sin a], \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{a}^3}{\partial a^2} = 6ka + 6[\sin \beta \sin a + \cos \beta (1 - \cos a)], \quad (16)$$

$$\frac{\partial \hat{a}^3}{\partial a} = 3ka^2 + 6[\sin \beta (1 - \cos a) + \cos \beta (a - \sin a)], \quad (17)$$

$$\hat{a}^3 = k a^3 + 6 \left[ \sin \beta (a - \sin a) + \cos \beta \left( \frac{a^2}{2} + \cos a - 1 \right) \right]. \quad (18)$$

Hiermit ist die Bewegung der Elektronen bekannt, allerdings nur unter der Voraussetzung, daß die Elektronen sich nicht gegenseitig überholen oder einander entgegenlaufen; es dürfen also an jedem Ort in jedem Augenblick immer nur Elektronen einer einzigen Geschwindigkeit vorhanden sein. Für Stellen, an denen dies nicht der Fall ist, wurden die wirklichen Bahnformen nach dem Verfahren der schrittweisen Näherung bestimmt. Es ergibt sich hierbei, daß die durchzuführenden Korrekturen derart klein sind, daß man sie fast immer innerhalb der Grenzen der Genauigkeit der numerischen Lösung vernachlässigen kann. Für die weiteren Auswertungen wird deshalb der gefundene Bahnverlauf als maßgeblich angesehen.

### b) Überblick über die Bahnformen

Die nach Gl. (18) errechneten Elektronenbahnen sind als Beispiel für das Stromverhältnis  $k = 0,2$  in Abb. 2a über der Abszisse  $a + \beta$  dargestellt. Die Abszisse entspricht der laufenden Zeit und wird im folgenden kurz als „Zeitwinkel“ bezeichnet; die Größe  $\hat{a}^3$  entspricht dem Ort der Elektronen. Die in der Zeit zwischen  $\beta_0$  und  $\beta_k$  gestarteten Elektronen laufen in den Raum hinaus, zum Teil mit zweimaliger Richtungsumkehr. Die in der Zeit zwischen  $\beta_k$  und  $\beta_1$  gestarteten Elektronen laufen auf die Kathode zurück. In der Zeit zwischen  $\beta_1$  und  $\beta_0 + 2\pi$  können keine Elektronen die Kathode verlassen. Es gibt also für die Kathode eine „Emissionsphase“, in der die Elektronen austreten können, und eine „Sperrphase“, in der die Emission gesperrt ist. Die Phasen wiederholen sich fortlaufend mit der Periode  $2\pi$ . Während der Emissionsphase ist der die Kathode verlassende Elektronenleitungsstrom gleich dem Gesamtstrom  $i_{\text{ges}}$ , die elektrische Feldstärke an der Kathodenoberfläche ist Null; während der Sperrphase dagegen herrscht eine negative elektrische Feldstärke an der Kathodenoberfläche und unterbindet jeglichen Elektronenaustritt, ermöglicht aber die Rückkehr eines Teiles der im Raum befindlichen Elektronen. Die Sperrphase beginnt in dem Augenblick, in dem der Gesamtstrom  $i_{\text{ges}}$ , von positiven Werten kommend, den Wert Null erreicht. Mit Gl. (2) bedeutet dies:

$$\hat{I}(k + \sin \omega t_1) = \hat{I}(k + \sin \beta_1) = 0 \quad (19)$$

oder:  $\sin \beta_1 = -k$ , wobei  $\pi \leq \beta_1 \leq \frac{3}{2}\pi$ .

Die während der Emissionsphase emittierten Elektronen erreichen zum Teil die Anode, zum Teil kehren sie zur Kathode zurück. Die Emissionsphase zerfällt somit in eine „Anodenphase“ zwischen  $\beta_0$  und  $\beta_k$  und eine „Kathodenphase“ zwischen  $\beta_k$  und  $\beta_1$ . Die Lage der Anode, die von

zur Anode zu laufen. Diese Bahn, die in Abb. 2a besonders hervorgehoben ist, soll als „kritische Elektronenbahn“ bezeichnet werden; ihr Startwinkel ist  $\beta_k$ , ihr erstes Maximum ist von der Kathode um  $\hat{\alpha}_k^3$  entfernt. Der Startwinkel  $\beta_k$  trennt Anodenphase und Kathodenphase. Dies ist in allen Fällen gültig, in denen der Abstand  $\hat{\alpha}_d^3$  der Anode größer ist als der Abstand  $\hat{\alpha}_k^3$  des ersten Maximums der kritischen Elektronenbahn, also wenn:

$$\hat{\alpha}_d^3 \geq \hat{\alpha}_k^3.$$

Wesentlich anders werden die Verhältnisse, wenn  $\hat{\alpha}_d^3 < \hat{\alpha}_k^3$  wird, weil dann die kritische Elektronenbahn vor ihrer Rückkehr zur Kathode von der Anode abgefangen wird, wie dies in Abb. 2b dargestellt ist. Es läßt sich dann stets eine Elektronenbahn finden, die unmittelbar vor der Anode umkehrt; ihr Startwinkel werde mit  $\beta_2$  bezeichnet. Dann trennt  $\beta_2$  die Anodenphase von der Kathodenphase.

### c) Betriebsfall der weitentfernten Anode

$$(\hat{\alpha}_d^3 > \hat{\alpha}_k^3).$$

Die kritische Elektronenbahn verläßt die Kathode bei dem Startwinkel  $\beta_k$  und soll nach einem Laufwinkel  $\alpha_k$  die Kathode wieder erreicht haben; aus der Gl. (18) ergibt sich dann folgender Zusammenhang:

$$k \hat{\alpha}_k^3 + 6 [\sin \beta_k (\alpha_k - \sin \alpha_k) + \cos \beta_k (\alpha_k^2/2 + \cos \alpha_k - 1)] = 0. \quad (21)$$

Da die Bahn an der Kathodenoberfläche umkehrt, muß an dieser Stelle auch die Geschwindigkeit des Elektrons Null sein, d. h. nach Gl. (17):

$$3 k \hat{\alpha}_k^2 + 6 [\sin \beta_k (1 - \cos \alpha_k) + \cos \beta_k (\alpha_k - \sin \alpha_k)] = 0. \quad (22)$$

Diese beiden Gleichungen dienen zur Bestimmung der Werte  $\beta_k$  und  $\alpha_k$  bei den verschiedenen Werten des Stromverhältnisses  $k$ .

Sobald man den Wert  $\beta_k$  kennt, kann man auch den Startwinkel  $\beta_0$  berechnen, bei dem die Anodenphase beginnt (vergl. Abb. 2a). Die zwischen  $\beta_0$  und  $\beta_k$  emittierte Ladung erreicht die Anode und muß deshalb gleich der Ladung sein, die der Gleichstromanteil  $\bar{I}$  des Gesamtstromes  $i_{ges}$  in jeder Periode transportiert.

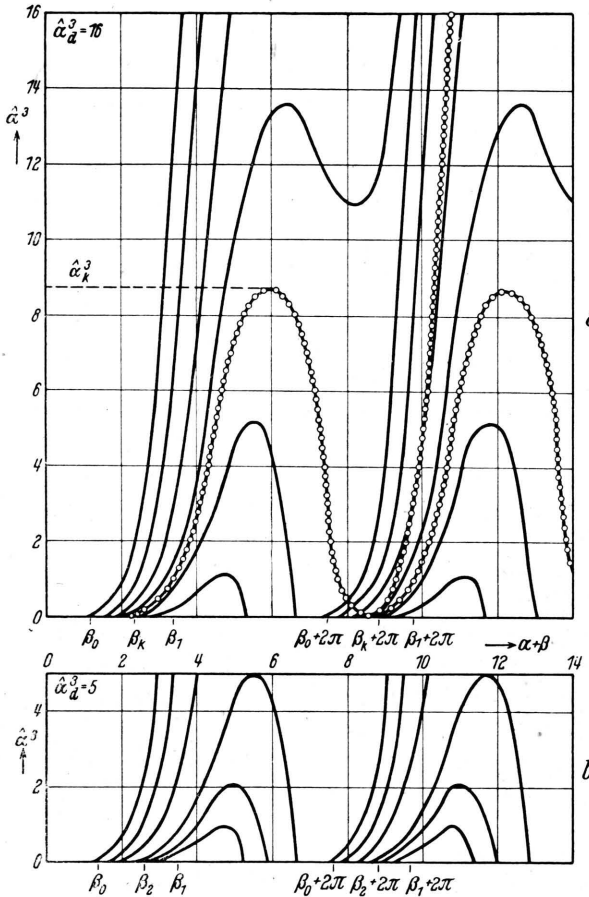


Abb. 2. Beispiel der Elektronenbewegung bei einem Stromverhältnis  $k = 0,2$ .

der Kathode um den Abstand  $d$  entfernt ist, muß bei den reduzierten Rechengrößen entspr. Gl. (14) durch den Ortswinkel:

$$\hat{\alpha}_d = \sqrt[3]{6 d m \varepsilon_0 F \omega^3 / e \bar{I}} \quad \text{oder} \quad \bar{\alpha}_d = \sqrt[3]{6 d m \varepsilon_0 F \omega^3 / e \bar{I}} \quad (20)$$

angegeben werden. Ist die Anode verhältnismäßig weit von der Kathode entfernt, wie im Beispiel der Abb. 2a, so gibt es eine Elektronenbahn, die bei der Rückkehr zur Kathode unmittelbar vor der Kathodenoberfläche umkehrt, um dann endgültig



Also gilt:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\beta_0}^{\beta_k} i_{\text{ges}} d\beta = \bar{I},$$

und unter Mitbenutzung der Gln. (2) und (3):

$$\int_{\beta_0}^{\beta_k} (k + \sin \beta) d\beta = k(\beta_k - \beta_0) - \cos \beta_k + \cos \beta_0 = 2\pi k \quad (23)$$

oder:

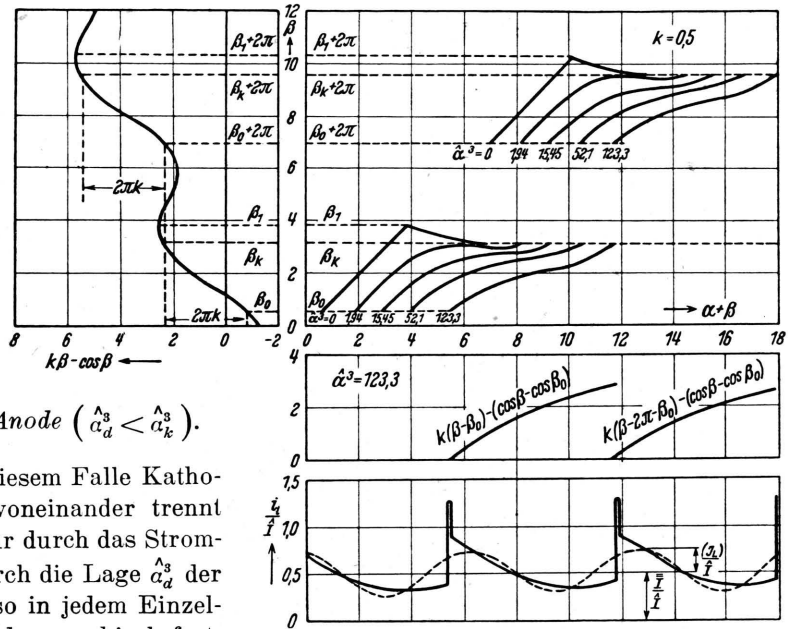
$$k(2\pi - \beta_k + \beta_0) + \cos \beta_k - \cos \beta_0 = 0.$$

### C. Der Elektronenleitungsstrom

Während der Emissionsphase emittiert die Kathode den Gesamtstrom  $i_{\text{ges}}$  entspr. Gl. (2). Die vom Beginn der Emissionsphase  $\beta_0$  bis zum Startwinkel  $\beta$  emittierte elektrische Ladung ist damit:

$$Q_k = \int_{\beta_0}^{\beta} i_{\text{ges}} \frac{d\beta}{\omega} = \frac{\hat{I}}{\omega} \int_{\beta_0}^{\beta} (k + \sin \beta) d\beta = \frac{\hat{I}}{\omega} [k(\beta - \beta_0) - \cos \beta + \cos \beta_0]. \quad (25)$$

Abb. 3. Graphische Konstruktion für den zeitlichen Verlauf des Elektronenleitungsstromes.



#### d) Betriebsfall der nahen Anode ( $\hat{\alpha}_d^3 < \hat{\alpha}_k^3$ ).

Der Startwinkel  $\beta_2$ , der in diesem Falle Kathodenphase und Anodenphase voneinander trennt (vergl. Abb. 2b), wird nicht nur durch das Stromverhältnis  $k$ , sondern auch durch die Lage  $\hat{\alpha}_d^3$  der Anode bestimmt. Man muß also in jedem Einzelfall den Wert  $\beta_2$  rechnerisch oder graphisch festlegen. Das gleiche gilt auch vom Startwinkel  $\beta_0$ , bei dem die Emissionsphase beginnt und dessen Größe man nach Errechnung von  $\beta_2$  bestimmen kann durch die Gleichung:

$$k(2\pi - \beta_2 + \beta_0) + \cos \beta_2 - \cos \beta_0 = 0. \quad (24)$$

#### e) Darstellung der Rechenergebnisse

Die beste Übersicht über die Elektronenbewegung erhält man, wenn man den Startwinkel  $\beta$  in Abhängigkeit vom Zeitwinkel  $\alpha + \beta$  bei konstantem Ortswinkel  $\hat{\alpha}_d^3$  aufträgt, wie dies in dem Diagramm durchgeführt ist, das die Abb. 3 rechts oben darstellt. Diagramme dieser Art muß man für die verschiedenen Werte von  $k$  zeichnen. Die numerische Lösung wurde durchgeführt für Werte  $k = 1; 0,5; 0,2; 0,1$ .

Betrachtet man nunmehr einen beliebigen Querschnitt im Entladungsraum, dessen Abstand von der Kathode durch  $\hat{\alpha}^3$  gegeben ist, so tritt die Ladung der Kathode um eine gewisse Zeit später durch diesen Querschnitt. Will man ermitteln, welche Ladung zu der durch  $\alpha + \beta$  gekennzeichneten Zeit bereits durch den Querschnitt getreten ist, so muß man die durch Gl. (25) gegebene Ladung auf den Startwinkel  $\beta_{(\alpha+\beta, \hat{\alpha}^3)}$  desjenigen Elektrons beziehen, das zur Zeit  $\alpha + \beta$  gerade durch den betrachteten Querschnitt tritt. Also ist die durch den Querschnitt hindurchgetretene Ladung:

$$Q = \frac{\hat{I}}{\omega} [k \beta_{(\alpha+\beta, \hat{\alpha}^3)} - \cos \beta_{(\alpha+\beta, \hat{\alpha}^3)} - k \beta_0 + \cos \beta_0]. \quad (26)$$



Die glattgezeichneten spiralförmigen Kurven gelten für ein konstantes Stromverhältnis  $k$ ; die gestrichelten Kurven beziehen sich auf konstante Laufwinkel  $\bar{\alpha}_d$ . Um zu vermeiden, daß die Spiralen sich gegenseitig schneiden und dadurch das Bild unübersichtlich machen, sind die Laufwinkelbereiche von 0 bis 8,5 und von 7,5 bis 12,5 in den beiden nebeneinander gezeichneten Diagrammen getrennt dargestellt. Mit zunehmendem Laufwinkel  $\bar{\alpha}_d$  dreht der Elektronenleitungsstrom in immer stärkerem Maße seine Phase gegen den Sinusanteil des Gesamtstromes, wobei seine Größe im Mittel ständig abnimmt. Für Wechselströme, die sehr klein gegen den Gleichstrom sind, d. h. für  $k \rightarrow \infty$ , ist eine Ermittlung des Elektronenleitungsstromes in analytisch geschlossener Form möglich, wie man beispielsweise der Arbeit J. Müllers<sup>2</sup> entnehmen kann.

#### D. Der Wechselspannungsabfall

Bekanntlich ist in jeder durch  $\hat{\alpha}^3$  gekennzeichneten Querschnittsebene die Summe des Elektronenleitungsstromes  $i_l$  und des Verschiebungsstromes  $i_v$  gleich dem Gesamtstrom  $i_{ges}$ . Da der Elektronenleitungsstrom durch die Ergebnisse der obigen Berechnung in allen Querschnittsebenen bekannt ist, so kann man den Verschiebungsstrom berechnen:

$$i_v = \varepsilon_0 F \left( \frac{\partial e_y}{\partial t} \right)_{y=\text{konst}} = i_{ges} - i_l. \quad (29)$$

Integriert man nun diese Gleichung über die Gesamtstrecke zwischen Kathode und Anode (es ist also über  $\hat{\alpha}^3$  zwischen 0 und  $\hat{\alpha}_d^3$  zu integrieren), so erhält man an Stelle der zeitlichen Änderung der elektrischen Feldstärke  $e_y$  in einem einzelnen Querschnitt die zeitliche Änderung der Spannung zwischen Kathode und Anode:

$$\varepsilon_0 F \frac{du}{dt} = d \cdot i_{ges} - \frac{d}{\hat{\alpha}_d^3} \int_0^{\hat{\alpha}_d^3} i_l d\hat{\alpha}^3$$

oder unter Benutzung der Gl. (1):

$$C \frac{du}{dt} = i_{ges} - \frac{1}{\hat{\alpha}_d^3} \int_0^{\hat{\alpha}_d^3} i_l d\hat{\alpha}^3. \quad (30)$$

Die Wechselspannung weicht ebenso wie der Elektronenleitungsstrom von der Sinusform ab. Be-

schränkt man sich auf die Berechnung der Grundwelle, so kann man in Gl. (30) die Grundwelle des Leitungsstromes einsetzen, die Differentiation nach der Zeit geht in die Multiplikation mit  $j\omega$  über, und man erhält:

$$j\omega C u = \hat{I} - \frac{1}{\hat{\alpha}_d^3} \int_0^{\hat{\alpha}_d^3} J_l d\hat{\alpha}^3$$

$$\text{oder } \frac{u}{\hat{U}_c} = -j + \frac{1}{\hat{\alpha}_d^3} \int_0^{\hat{\alpha}_d^3} \frac{J_l}{\hat{I}} d\hat{\alpha}^3. \quad (31)$$

Hierbei ist zur Abkürzung die Spannung:

$$\hat{U}_c = \hat{I} / \omega C \quad (32)$$

eingeführt. Es ist dies der Wechselspannungsabfall, der bei elektronenfreier Kapazität entstehen würde. Stellt man die Spannung durch ihren Wirk- und Blindanteil dar, so ergibt sich:

$$u = \hat{U}_w + j \hat{U}_B, \quad (33)$$

$$\frac{\hat{U}_w}{\hat{U}_c} = -\frac{1}{\hat{\alpha}_d^3} \int_0^{\hat{\alpha}_d^3} \frac{I_{lB}}{\hat{I}} d\hat{\alpha}^3, \quad (34a)$$

$$\frac{\hat{U}_B}{\hat{U}_c} = -1 + \frac{1}{\hat{\alpha}_d^3} \int_0^{\hat{\alpha}_d^3} \frac{I_{lw}}{\hat{I}} d\hat{\alpha}^3. \quad (34b)$$

Führt man schließlich noch den Wechselstromwiderstand für die Grundwelle mit  $\Re = u/\hat{I}$  ein, so ergibt sich der Zusammenhang:

$$\frac{u}{\hat{U}_c} = \frac{\Re \hat{I}}{\hat{I} / \omega C} = \Re \omega C. \quad (35)$$

Die errechneten Kurven sind in Abb. 5 dargestellt. Für den Fall  $k \rightarrow \infty$  läßt sich die Ortskurve in analytisch geschlossener Form darstellen (vergl. z. B.<sup>2</sup>). Mit zunehmendem Laufwinkel  $\bar{\alpha}_d$  streben die Kurven für sämtliche Stromverhältnisse  $k$  dem Punkt  $-j$  zu, d. h. die Diodenstrecke kommt immer mehr der reinen Kapazität nahe; der Einfluß der im Raum befindlichen Elektronen tritt immer mehr zurück. Dies bedeutet gleichzeitig, daß mit zunehmendem Laufwinkel  $\bar{\alpha}_d$  der zeitliche Verlauf der Wechselspannungskurve sich

der Sinusform immer mehr annähert. Die Grundwelle der Wechselspannung besitzt einen Wirkanteil, der in gewissen Laufwinkelbereichen negativ werden kann.

### E. Der Gleichspannungsabfall

Schickt man einen reinen Gleichstrom  $\bar{I}$  über die Diodenstrecke, so ergibt sich der Gleichspan-

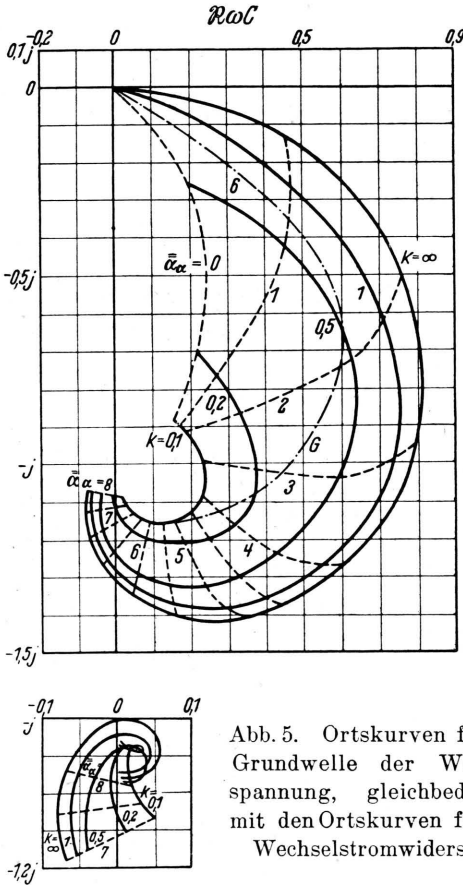


Abb. 5. Ortskurven für die Grundwelle der Wechselspannung, gleichbedeutend mit den Ortskurven für den Wechselstromwiderstand.

nungsabfall  $\bar{U}_0$  unmittelbar nach der bekannten Raumladungsformel:

$$\bar{I} = \frac{4}{9} \varepsilon_0 F \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{\bar{U}_0^{3/2}}{d^2}. \quad (36)$$

Ist außer dem Gleichstrom  $\bar{I}$  noch ein Wechselstromanteil  $\hat{I}$  vorhanden, so erhält die Gleichspannung einen anderen Wert  $\bar{U}$ , der kleiner ist als  $\bar{U}_0$ . Dieser Gleichspannungsabfall muß gesondert errechnet werden.

Um den Augenblickswert  $e_y$  der elektrischen Feldstärke an einem beliebigen Punkt im Raum

zu ermitteln, wird Gl. (7) in Verbindung mit Gl. (10) verwendet:

$$e_y = \frac{\hat{I}}{\varepsilon_0 F} \left[ k(t - t_0) - \frac{1}{\omega} (\cos \omega t - \cos \omega t_0) \right], \quad (37)$$

oder nach Einführen der reduzierten Variablen:

$$\frac{e_y d}{\hat{U}_C} = k(a + \beta) - \cos(a + \beta) - [k\beta - \cos \beta]. \quad (38)$$

In dieser Gleichung ist die elektrische Feldstärke an demjenigen Ort angegeben, an dem sich das am Startwinkel  $\beta$  von der Kathode gestartete Elektron zur Zeit  $a + \beta$  befindet. Dieser Ort ist aus dem bereits ermittelten Bewegungsschaubild bekannt, so daß sich die Feldstärke am Ort  $\hat{a}$  zur Zeit  $a + \beta$  ermitteln läßt. In Abb. 6 stellt das rechte obere Diagramm wieder das Bewegungsschaubild dar (diesmal für  $k = 0,1$ ), links daneben ist die Kurve  $k\beta - \cos \beta$  gezeichnet. Unter das Bewegungsschaubild ist die Kurve  $k(a + \beta) - \cos(a + \beta)$  gezeichnet und außerdem die an der Linie  $\hat{a} = 80$  gespiegelte Kurve  $k\beta - \cos \beta$ . Nun stellt entspr. Gl. (38) die Differenz zwischen den beiden Kurven die Größe der elektrischen

Feldstärke  $e_y d / \hat{U}_C$  dar. In dem gezeichneten Beispiel ist über die längste Zeit des Zeitverlaufes die Feldstärke positiv, abgesehen von einem kleinen negativen Zipfel. Die gespiegelte Kurve  $k\beta - \cos \beta$  besitzt eine etwas größere Länge als  $2\pi$ . Da alle Verhältnisse sich nach einem Zeitwinkel von  $2\pi$  periodisch wiederholen müssen, so ergeben sich hier für die gleiche Zeit und für den gleichen Ort zwei verschiedene, allerdings wenig voneinander abweichende Feldstärken. Dieser physikalische Widerspruch ist eine Folge der durchgeführten Näherungsrechnung. Für die weitere Auswertung wird das letzte, über  $2\pi$  hinausragende Ende der Kurve nicht berücksichtigt.

Da nur die Gleichspannung an der Diodenstrecke bestimmt werden soll, muß man den zeitlichen Mittelwert der elektrischen Feldstärke durch Integrieren der schraffierten Fläche in Abb. 6 ermitteln; somit erhält man die Größe des elektrischen Gleichfeldes  $\bar{E}_y$  am Ort  $y$ :

$$\frac{\bar{E}_y d}{\hat{U}_C} = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_0 + \beta_0}^{\alpha_0 + \beta_0 + 2\pi} [k(a + \beta) - \cos(a + \beta) - \{k\beta - \cos \beta\}] d(a + \beta). \quad (39)$$



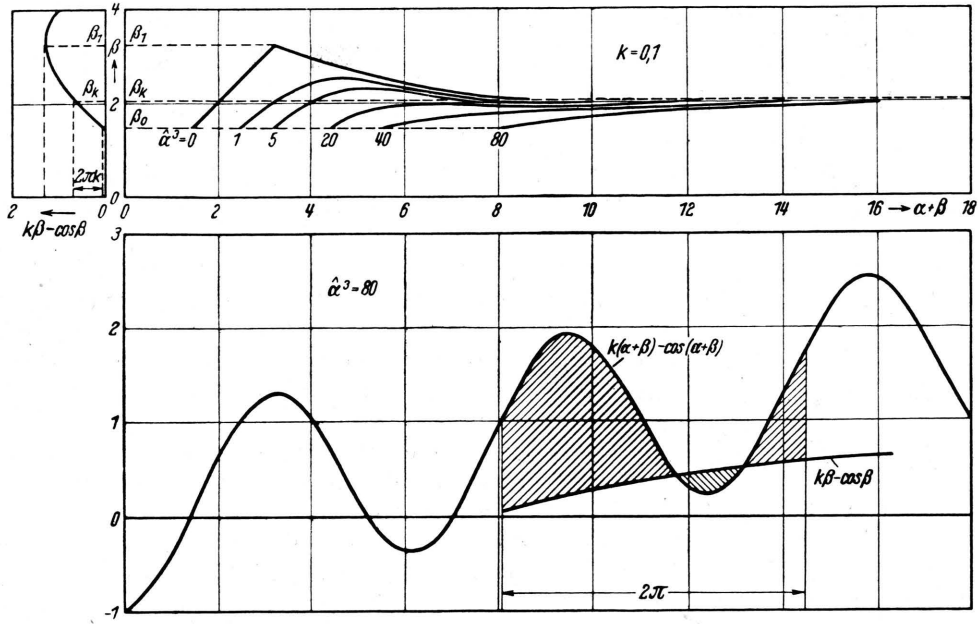


Abb. 6. Graphische Konstruktion für die elektrische Feldstärke.

Die Gleichspannung ergibt sich dann, wenn man über die gesamte Strecke zwischen Kathode und Anode integriert:

$$\frac{\bar{U}}{\hat{U}_C} = \frac{1}{\hat{\alpha}_d^3} \int_0^{\hat{\alpha}_d^3} \frac{\bar{E}_y d}{\hat{U}_C} d\hat{\alpha}^3. \quad (40)$$

Zweckmäßigerweise vergleicht man diesen Gleichspannungsabfall mit dem Gleichspannungsabfall  $\bar{U}_0$ , der bei Abwesenheit des Wechselstromes auftritt. Aus den Gln. (1), (3), (14b), (32) und (36) ergibt sich der Zusammenhang:

$$\frac{\bar{U}}{\bar{U}_0} = \frac{\bar{U}}{\hat{U}_C} \cdot \frac{4}{3k\hat{\alpha}_d}. \quad (41)$$

Das Ergebnis der Berechnung zeigt Abb. 7. Mit zunehmender Aussteuerung, d. h. mit abnehmendem  $k$ , und mit abnehmendem Laufwinkel  $\hat{\alpha}_d$  sinkt die Gleichspannung ab und kann unter Umständen negative Werte erreichen. Je größer der Laufwinkel wird, um so weniger wird die Gleichspannung beeinflusst.

#### G. Anwendungsmöglichkeiten der Rechenergebnisse

Die dargestellten Rechenergebnisse, die durch weiteren Ausbau der Rechenmethoden noch auf

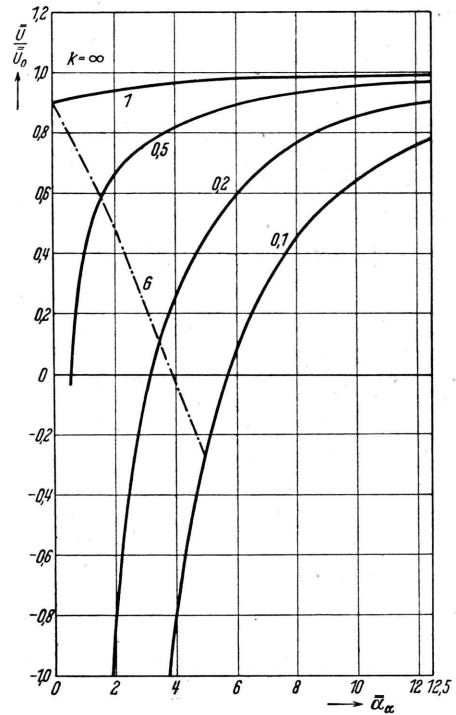


Abb. 7. Verlauf des Gleichspannungsabfalles.

viele Sonderfälle erweitert wurden, ermöglichen eine große Anzahl von Anwendungen in der Physik der raumladungsgesteuerten Elektronenröhren bei sehr hohen Frequenzen. Bei Anwendung auf

eine vorhandene Diode ist die Elektrodenfläche  $F$  und der Elektronenabstand  $d$  der Röhre bekannt. Nach Gl. (1) ergibt sich dann unmittelbar die Kapazität der Diode. Der über die Diode fließende Gleichstrom  $\bar{I}$  ist leicht zu messen, ebenso die Betriebsfrequenz. Es ergibt sich somit nach Gl. (14b) der Laufwinkel  $\bar{\alpha}_d$ . Bei großen Aussteuerungsgraden kann im praktischen Betrieb die Richtspannung leicht meßtechnisch bestimmt werden: man mißt die Gleichspannung  $\bar{U}$  an der Diode und stellt dann bei abgeschalteter Hochfrequenz die Gleichspannung auf einen solchen Wert  $\bar{U}_0$  ein, daß derselbe Gleichstrom  $\bar{I}$  wie zuvor fließt. Nunmehr ermittelt man sofort nach dem Diagramm Abb. 7 die Größe des Stromverhältnisses  $k$ . Somit ist auch der Strom  $\hat{I}$  bekannt; aus dem Diagramm der Abb. 4 folgt der Elektronenleitungsstrom an der Anode, aus dem Diagramm der Abb. 5 die Größe des Wechselstromwiderstandes der Diode und somit auch die Größe der Wechselspannung. Anwenden lassen sich die Rechenergebnisse bei-

spielsweise auf die Diode, die in Kombination mit einem Schwingungskreis bei Höchstfrequenz als Generator wirkt<sup>2</sup>. Sämtliche Betriebsbedingungen und Wirkungsgrade, die übrigens den Wert von 3% nicht überschreiten können, lassen sich ermitteln. Weiterhin läßt sich errechnen, wie sich eine Diode verhält, die man zur Messung von Wechselspannungen sehr hoher Frequenzen anwendet. Es ergibt sich, daß die bei niedrigen Frequenzen durchgeführte Eichung nicht mehr gültig ist und daß die Meßdiode die zu messende Spannungsquelle erheblich belastet. Auch auf das Verhalten der gittergesteuerten Röhren bei Höchstfrequenz ist die Rechnung unmittelbar anzuwenden, denn die Entladungsstrecke zwischen Kathode und erstem Gitter der Röhre läßt sich immer als eine Diode auffassen, sofern man die „effektive Spannung“ richtig bestimmt, die an der in der Gitterebene zu denkenden „Ersatzanode“ liegt<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> F. W. Gundlach, Berechnung der Gittersteuerung in Elektronenröhren mittels einer Ersatzbildarstellung, Arch. Elektrotechn. 37, 463 [1943].

## NOTIZEN

### Untersuchungen im System Rh-Sn

Von KONRAD SCHUBERT

Aus dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Metallforschung,  
Stuttgart

(Z. Naturforschg. 2a, 120 [1947]; eingeg. am 6. Dez. 1946)

Im Anschluß an kristallchemische Untersuchungen in binären Systemen von Übergangsmetallen mit Elementen der 4. Nebengruppe<sup>1</sup> wurde das System RhSn röntgenographisch und mikroskopisch untersucht.

Mit dem Rh(Sn)-Mischkristall (Gitterkonstante  $a_w = 3,85 \text{ \AA}$ ) bildet Rh<sub>2</sub>Sn ein Eutektikum. Der homogene Bereich von Rh<sub>3</sub>Sn<sub>2</sub> geht von 56 bis 59 Gew.-% Rh. Die Struktur der Phase ist vom aufgefüllten B8-Typ<sup>2</sup>.

Gitterkonstanten einer Probe mit 56 Gew.-% Rh:

$$a = 4,331 \text{ \AA},$$

$$c = 5,542 \text{ \AA}.$$

Aus der Phase Rh<sub>3</sub>Sn<sub>2</sub> entsteht peritektisch RhSn vom Typ B 20 mit den Parametern

$$a_w = 5,122 \text{ \AA},$$

$$X_{\text{Rh}} = 0,10$$

$$X_{\text{Sn}} = 0,40$$

Mit RhSn bildet RhSn<sub>2</sub> ein Eutektikum bei etwa 34 Gew.-% Rh. RhSn<sub>2</sub> ist isotyp zu PdSn<sub>2</sub>.

Die peritektisch entstehende Verbindung der ungefähren Zusammensetzung RhSn<sub>4</sub> bildet mit Sn ein Eutektikum.

<sup>1</sup> H. Nowotny u. K. Schubert, Metallforschg. 1, 17 [1946]; 1, 23 [1946].

<sup>2</sup> Bezeichnung nach P. P. Ewald u. C. Hermann, Strukturbericht der Z. Kristallogr., Kristallgeometr., Kristallphysik, Kristallchem.

## BERICHTE

### Die Uranspaltprodukte nach einem amerikanischen Bericht

Im November 1946 wurde vom Plutonium Project eine Übersicht über die Daten und Ausbeuten der Uranspaltprodukte veröffentlicht<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Nuclei Formed in Fission, Fission Yields and Chain Relationships, J. Amer. chem. Soc. 68, 2411 bis

Der Bericht ist von J. M. Siegel zusammengestellt worden und enthält eine einundzwanzig Seiten um-  
2442 [1946]. Adresse für Sonderdrucke: Plutonium Project File. The American Chemical Society, 1155 16th St. Washington 6 D.C.